Exercices NSI 02 : représentation des entiers

Exercice 1 :

a) Le nombre 01001 est écrit en binaire. Écrire sa représentation dans le système décimal.

$0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
$= 0 + 8 + 0 + 0 + 1 = 9$

b) Le nombre 11011 est écrit en binaire. Écrire sa représentation dans le système décimal.

$1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
$= 16 + 8 + 0 + 2 + 1 = 27$

c) Comment écrirait-on 17 en binaire ?

$17 = 16 + 1 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
donc 17 s'écrit en binaire : 10001.

d) Comment écrirait-on 25 en binaire ?

$25 = 16 + 8 + 1 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
donc 25 s'écrit en binaire : 11001.

Exercice 2 :

a) Quel est le plus grand nombre que l'on peut obtenir avec une représentation à 5 chiffres binaires ? Quel est le plus petit ?

de 00000 à 11111, on peut représenter les nombres de 0 à 31

b) Existe-t-il plusieurs moyens d'obtenir un nombre ?

Chaque nombre a une écriture unique.

c) Y a-t-il un nombre compris entre le plus grand et le plus petit que l'on ne puisse pas obtenir ?

Tous les nombres peuvent être représentés.

d) Si l'on compte en binaire sur une main (un doigt représente le 1 s'il est relevé ou le 0 s'il ne l'est pas.), alors on peut compter de 0 à 31 . Cela fait en tout $2^5 = 32$ nombres !
Et si on compte sur deux mains ?

Sur 2 mains (10 doigts), on peut représenter $2^{10} = 1024$ nombres différents, de 0 à 1023.

e) Soit $n \in \mathbf{N}$. Quel est le plus grand nombre que l'on peux obtenir avec une représentation à n chiffres binaires ?

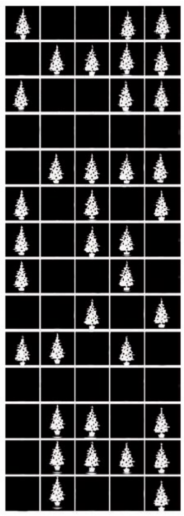
Avec n chiffres binaires, on peut représenter 2^n nombres différents, de 0 à $2^n - 1$.

Exercice 3 :

On observe une autre propriété intéressante des nombres binaires en plaçant un 0 à droite de l'écriture binaire d'un nombre. Si nous travaillons en base dix (écriture décimale), placer un 0 à droite du nombre revient à le multiplier par 10. Par exemple, 9 devient 90, 30 devient 300.
Mais que se passe-t-il en ajoutant 0 à droite d'un nombre écrit en binaire ?
Essayer avec l'exemple : 1001 et 10010.
Essayer avec d'autres exemples pour confirmer.
Quelle règle observe-t-on ? Pour quelle raison ?

En binaire, ajouter un 0 à droite revient à multiplier le nombre par 2, car tous les chiffres vont être décalés à la puissance de 2 supérieure.

Exercice 4 : Décoder ce message binaire (de haut en bas) :



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z

On trouve : "SOS OUVREZ MOI"

Exercice 5 :

1. De la base 2 vers la base 10

a) Convertir 00001111 (base 2) en base 10.

$00001111_2 = 1\times2^3+1\times2^2+1\times2^1+1\times2^0 = 8+4+2+1=15$

Vérification en python avec `int(0b00001111)`.

b) Convertir 00100110 (base 2) en base 10.

$00100110_2 = 1\times2^5+1\times2^2+1\times2^1$

$=32+4+2=38$

2. De la base 10 vers la base 2

a) Convertir 20 (base 10) en base 2.

$20=10\times2+0$

$10=5\times2+0$

$5=2\times2+1$

$2=1\times2+0$

$1=0\times2+1$

donc $20_{10}=10100_2$

ou alors :

$20=16+4=2^4+2^2$, donc $20_{10}=10100_2$

Vérification en python avec `bin(20)`.

b) Convertir 96 (base 10) en base 2.

$96=48\times2+0$

$48=24\times2+0$

$24=12\times2+0$

$12=6\times2+0$

$6=3\times2+$

$3=1\times2+1$

$1=0\times2+1$

donc $96_{10}=1100000_2$

ou alors :

$96=64+32=2^6+2^5$, donc $96_{10}=1100000_2$

Exercice 6 :

1. De la base 2 vers la base 16

a) Convertir 00100000 (base 2) en base 16.

$0010_2=2_{10}=2_{16}$ et $0000_2=0_{16}$

donc $00100000_2=20_{16}$

Vérification en python avec `hex(int(0b00100000))`.

b) Convertir 00100111 (base 2) en base 16.

$0010_2=2_{10}=2_{16}$ et $0111_2=7_{10}=7_{16}$

donc $00100111_2=27_{16}$

Vérification en python avec `hex(int(0b00100111))`.

2. De la base 16 vers la base 2

a) Convertir 6E (base 16) en base 2.

$6_{16}=6_{10}=0110_2$ et $E_{16}=14_{10}=1110_{16}$

donc $6E_{16}=01101110_2$

Vérification en python avec `bin(int(0x6E))`.

b) Convertir 14 (base 16) en base 2.

$1_{16}=1_{10}=0001_2$ et $4_{16}=4_{10}=0100_{16}$

donc $14_{16}=00010100_2$

Vérification en python avec `bin(int(0x14))`.

Exercice 7 :

1. De la base 16 vers la base 10

a) Convertir 46 (base 16) en base 10.

$46_{16}=4\times16^1+6\times16^0$

$=4\times16+6\times1=70$

b) Convertir CC (base 16) en base 10.

$CC_{16}=12\times16^1+12\times16^0$

$=12\times16+12=204$

2. De la base 10 vers la base 16

a) Convertir 35 (base 10) en base 16.

$35=2\times16+3$

$2=0\times16+2$

donc $35_{10}=23_{16}$

Vérification en python avec `hex(35)`.

b) Convertir 80 (base 10) en base 16.

$80=5\times16+0$

donc $80_{10}=50_{16}$

Calculs en binaire

Exercice 8 : Effectuer les opérations suivantes en binaire, puis vérifier les résultats en procédant aux conversions nécessaires.

$$\begin{array}{lr} & 1100 \\ + & 1000 \\ \hline & 10100 \end{array}$$

Vérif : $12 + 8 = 20$

$$\begin{array}{lr} & 1001 \\ + & 1011 \\ \hline & 10100 \end{array}$$

Vérif : $9 + 11 = 20$

$1 + 1 + 1 + 1$

$1 + 1 + 1 + 1 = 10 + 10 = 100$

Vérif : $1 + 1 + 1 + 1 = 4$

Exercice 9 : Effectuer les opérations suivantes en binaire, puis vérifier les résultats en procédant aux conversions nécessaires.

$$\begin{array}{lr} & 1100 \\ - & 1000 \\ \hline & 100 \end{array}$$

Vérification : $12 - 8 = 4$

$$\begin{array}{lr} & 1000 \\ - & 101 \\ \hline & 11 \end{array}$$

Vérification : $8 - 5 = 3$

Exercice 10 : Effectuer les multiplications suivantes en binaire, puis vérifier les résultats en procédant aux conversions nécessaires.

$$\begin{array}{lr} & 1011 \\ \times & 11 \\ \hline & 1011 \\ & 10110 \\ & 100001 \end{array}$$

Vérif : $11 \times 3 = 33$

$$\begin{array}{lr} & 1100 \\ \times & 101 \\ \hline & 1100 \\ & 00 \\ & 110000 \\ & 111100 \end{array}$$

Vérif : $12 \times 5 = 60$

$$\begin{array}{lr} & 100111 \\ \times & 110 \\ \hline & 100111 \\ & 1001110 \\ & 000 \\ & 11101010 \end{array}$$

Vérif : $39 \times 6 = 234$

Exercice 11 : Effectuer les divisions suivantes en binaire, puis vérifier les résultats en procédant aux conversions nécessaires.

$$\begin{array}{r|l} 100100 & 11 \\ \hline \end{array}$$

$100100/11 = 1100$

Vérification : $36/3 = 12$

$$\begin{array}{r|l} 111100 & 110 \\ \hline \end{array}$$

$111100/110 = 1010$

Vérification : $60/6 = 10$